

## 学習する概念

探究する関数：三角関数

振り子の運動を用いて，単振動について学習します。

## 教材

- ✓ グラフ電卓
- ✓ CBR
- ✓ 接続ケーブル
- ✓ 取り付け用クランプ
- ✓ ストップウォッチ
- ✓ 振り子
- ✓ 定規
- ✓ TI ビュースクリーン (あれば)

振り子のおもりの例

- いろいろな大きさ (直径4cm以上) のボール
- 飲み物の缶 (空のもの，中身の入ったもの)
- お手玉

## ヒント

データ収集のためのヒント (6-12ページ) も参照してください。

## 物理との関連

ある物体が，静止位置からの変位に比例する力を，静止位置の方向に受けながら運動するとき，その運動を単振動と見ます。単振動は2つの量によって定まります。

- 周期  $T$ 。1往復にかかる時間です。
- 振幅  $A$ 。静止位置 (平衡位置) からの最大変位を表します。

単振り子の場合，周期  $T$  は次の式で与えられます。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

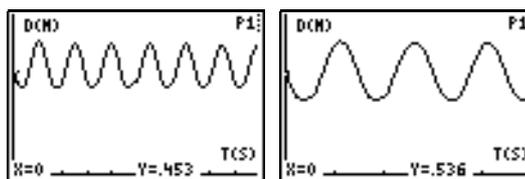
ここで， $L$  は振り子の長さ， $g$  は重力加速度です。 $T$  はおもりの質量や振幅に関係しません (ただし，小さい角で振る場合)。

振動数  $f$  (1秒間に往復する回数) は，次の式で求めることができます。

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ここで，} f \text{ の単位はヘルツ (Hz)，} T \text{ は秒です。}$$

サインカーブの導関数はやはりサインカーブです。位置と速度の関数の，位相のずれについて特に注目してください。

## グラフの例



## 生徒用ワークシートの解答例

1. 実験による (単位はメートル)。
2. 実験による (単位はメートル)。
3. 実験による (単位は秒)。 $T$  (1往復)=10往復の時間/10。一般に多くの標本の平均のほうが，ただ1つの場合よりも測定誤差が少ないから。
4. 問2の答の約4倍。  
円弧の長さは直線より長いから。
5. サインカーブ，繰り返しがあり周期的。 $x$  軸から，繰り返しの中心までの距離。
6. 水平方向に広がって見える。10秒間のグラフでは画面の同じ幅に多くの波形を描くことになるため，波形どうしが接近している
7. (波形の数)/(5 秒)=1秒間の振動数。「山と谷」の形が見やすく，測定誤差も少ないため。
8.  $f = 1/T$ ，ここで  $T$  は1周期。
9. 周期が短くなる。周期が長くなる。  
(振り子の長さは周期に直接関係しており，長さが長くなればなるほど周期も長くなります。いろいろな長さに対する振り子の周期を求め，この関係を電卓のリストを使って探究することもできます。)
10.  $A$  (振幅)= 振り子のおもりが1周期の間に動く道のりの4分の1。
11. いずれもサインカーブ。違いは振幅と位相 ( $x$  軸方向の平行移動)。
12. 静止点を通過するとき。
13. 位置が最大または最小になる点 (静止点から最も遠くなる点)。
14. 変化は生じない。 $T$  は  $L$  と  $g$  のみによって定まり，重さには関係しない。

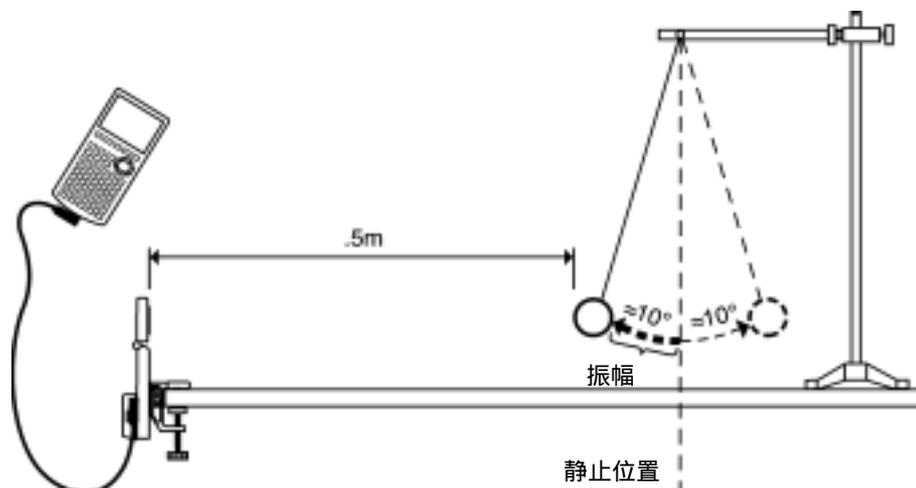
## 発展的な課題

$L_2$  を横軸， $L_3$  を縦軸としてプロットすると，だ円を描きます。

## データの収集

- 振り子を設置します。振り子の触れる方向が真っ直ぐ CBR に向くようにしてください。

Hints: CBR は、振り子が最も近づく点から少なくとも 0.5m 離してください。クリアゾーン (7ページ参照) には何も置かないようにしてください。



- 物差しを使って CBR から振り子の静止位置までの距離を測り、ワークシートの問1に教えてください。  
静止位置からどれだけの距離で振り子を離すかを測り、ワークシートの問2に教えてください。
- 振り子の周期はちょうど1往復する時間です。ストップウォッチを使ってちょうど10回往復するのに要する時間を計り、ワークシートの問3, 4に教えてください。
- RANGERプログラムを実行します (5ページに電卓ごとのキー操作を示してあります)。1人が振り子を操作し、もう1人が電卓と CBR を操作するようにするとうまくいきます。プログラムの MAIN MENU から SETUP/SAMPLE を選択します。
- [ENTER] を押し、次のように設定します。  
 REALTIME: NO  
 TIME (S): 10 秒  
 DISPLAY: DISTANCE  
 BEGIN ON: [ENTER]  
 SMOOTHING: LIGHT  
 UNITS: METERS
- 設定の変更方法は 38 ページを参照してください。設定が終われば START NOW を選び、[ENTER] を押します。
- 用意がよければ [ENTER] を押します。測定中 CBR はクリック音を発し、電卓には TRANSFERRING... という表示が出ます。
- 測定が終了すると、収集したデータの時間 - 距離のグラフが自動的に電卓に表示されます。ワークシートの問5に教えてください。

## 探究活動

## データの収集・その 2

MAIN MENU から SETUP/SAMPLE を選択し, SETUP 画面で時間を10秒から5秒に変更します。実験を繰り返し, ワークシートの間6, 7に答えてください。

1秒間におもりが往復する回数 (回 / 秒) を振動数 (または周波数) といいます。問7ではグラフから振動数を計算しましたが, 数学的には次のような計算で求めることができます。

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ここで, } T \text{ は周期 (秒), } f \text{ は振動数 (Hz=ヘルツ)}.$$

ワークシートの間8に答えてください。

## データの収集・その 3 ・その 4

その2と同様な5秒間の測定を, まず糸の長さを短くして, つぎに糸を長くして行ってください。そのあと, ワークシートの間9に答えてください。

振り子の運動に関係するもう1つの重要な測定項目は振幅です。問2の答えは振り子の振動の振幅を表しています。ワークシートの間10に答えてください。

## 発展的な課題

## データの収集・その 5

PLOT MENU から VELOCITY-TIME (時間-速度) を選び, ワークシートの間11, 12, 13に答えてください。

## データの収集・その 6

おもりの重さを非常に軽いもの, または非常に重いものに変えて同様の測定を繰り返し, ワークシートの間14に答えてください。

振り子の時間 - 距離のグラフを, 正弦 (サイン) 関数を用いてモデル化してみましょう。式は,

$$S = A \sin (wt + \delta)$$

ただし,  $S$  はおもりの位置,  $A$  は振幅,  $w$  は振動数,  $\delta$  は位相角,  $t$  は時間です。振動数  $w$  と振幅  $T$  の間には,  $w = 2\pi/T$  という関係があります。

グラフ電卓の Y= エディタに, 計算した  $A$  と  $w$  を用いて式を入力し, 振り子のグラフ (L1 (時間) と L2 (距離) による統計プロット) と同時に表示し, 2つのグラフがよくフィットするように  $A$  と  $w$  の値を調整してみてください。TI-83 や TI-86 では, 正弦関数回帰の機能を利用することもできます。

L2 (位置) を横軸, L3 (速度) を縦軸にしてプロットすることで, 振り子の位置とおもりの関係について考察してください。どのような形のグラフが現れると思いますか。実際に表示して, 予測と比べてみてください。

# 学習活動 3 - 振り子

氏名 \_\_\_\_\_

## データの収集

1. CBR から静止位置までの距離はいくらか。 \_\_\_\_\_
2. 静止位置からどのくらいの距離で振り子を離すか。 \_\_\_\_\_
3. 10回往復するのに要する時間は? \_\_\_\_\_  
1回往復するのに要する時間を求めなさい。 \_\_\_\_\_  
1回ではなく10回往復する時間を用いる利点は何か。 \_\_\_\_\_
4. 問2の答を用いて、1往復でおもりが動く道のりを求めなさい。 \_\_\_\_\_  
この値が実際におもりが動いた道のりより小さいのはなぜか。 \_\_\_\_\_
5. グラフの形から気づくことは何か。 \_\_\_\_\_  
問1の答はグラフ上にどのように表されているか。 \_\_\_\_\_

## 探究活動

6. グラフはどのように変化するか。その理由は? \_\_\_\_\_
7. 得られたグラフから、1秒間におもりが往復する回数を計算しなさい。 \_\_\_\_\_  
1秒間におもりが往復する回数を計算するのに、第1のグラフ (10秒間) より第2のグラフ (5秒間) の方が簡単である理由は何か。 \_\_\_\_\_
8. 振動数を周期から計算しなさい。 \_\_\_\_\_
9. 糸の長さを短くすると、振り子の周期はどのように変化するか。 \_\_\_\_\_  
糸の長さを長くすると、振り子の周期はどのように変化するか。 \_\_\_\_\_
10. 振り子の振幅と、おもりが1往復するときの道のりの関係を答えなさい。 \_\_\_\_\_

## 発展的な課題

11. 時間 - 距離のグラフと、時間-速度のグラフを比較し、類似点と相違点を列記しなさい。 \_\_\_\_\_
12. おもりの速度が最大になるのは、どの位置にあるときか。 \_\_\_\_\_
13. おもりの速度が最小になるのは、どの位置にあるときか。 \_\_\_\_\_
14. おもりの重さを変えるとグラフにどのような変化が生じるか。その理由は? \_\_\_\_\_