

この実験では、歩く生徒の動きの速さから、関数の傾きという考えを理解させます。どのレベルのクラスでも、討論を通じて極限と曲線の傾きの概念を導入することができます。

イントロダクション

この実験では、生徒と距離センサーとの間の距離の、時間変化のグラフが様々な形になるように、生徒自身歩くことが中心となります。

この実験では、次の3つの目標があります。

1. CBL 本体と距離センサーをわかりやすく紹介します。
2. 生徒自らいろいろな傾きを実験し、傾きの概念を速度に結びつけます。
3. 生徒が曲線のグラフに合わせて歩き、ある場所における速度を求めることによって、極限、曲線上の点における傾き、変曲点という解析学の概念を数学のカリキュラムの中で早くから導入できます。

速度を $\frac{\text{位置の変化}}{\text{時間変化}}$ として定義すると、簡単に、関数の傾きについての式、

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ または } m = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \text{ が導かれます。}$$

必要な装置

- ✓ CBL (できれば、電源アダプターを使用します。)
- ✓ 接続ケーブルのついた電卓
- ✓ TI CBR™ (Calculator-Based Ranger™) または Vernier CBL 距離センサー (MD-CBL)

プログラム

プログラム HIKER を電卓にダウンロードして使用します。

装置の設定手順

図1にしたがって、次の手順で装置を接続します。

- ① CBL と電卓の底部にある入出力口を接続ケーブルで接続します。ケーブルの端をきっちり押し込んでください。
- ② 距離センサーを CBL の左側にある SONIC チャンネルに接続します。
- ③ CBL と電卓の電源を入れます。
- ④ 距離センサーを机の上に、センサーから遠ざかる生徒の動きが検出できるように置きます。

これで、CBL が電卓からの命令を受け取ることができます。

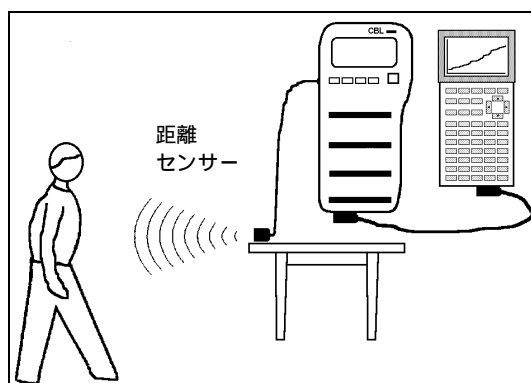


図 1 : 装置の設定

実験手順

- ① 教室の中央に通路を設けます。進路の幅を十分広く取って、実験対象の生徒以外の人間の動きが距離センサーに検出されないようにします。
- ② 距離センサーは、測定対象の動く方向に垂直にして、机の上に置きます。
- ③ 歩く生徒は、距離センサーのビームの中で、センサーに対して垂直な位置を保ちます。

Note : 生徒はセンサーの0.5m以内に近づかないようにします。センサーは、それ以上近い対象は検出できません。

- ④ センサーは、0.1秒ごとに6秒間測定します。そして、収集したデータをグラフにし、電卓画面にリアルタイムで表示します。

Note : TI ViewScreen™ を利用すると、クラス全員がスクリーンに大きく映し出されたグラフ電卓の画面を見ることができます。

- ⑤ CBL の電源が入っていることを確認してから、電卓でプログラム HIKER を実行します。プログラムは “ PRESS ENTER TO START GRAPH (**[ENTER]** を押すと、グラフを開始します) ” と表示した状態で、一時中断します。測定者と歩行者の準備が整ったら、**[ENTER]** を押して、距離センサーのジィジィという音を聞いてから、歩行者は歩き出してください。
- ⑥ データが収集されていくにしたがって、図 2 のような、時間 (x 軸) と距離 (y 軸) のグラフが電卓上にプロットされます。ある程度きれいなグラフができたら、実験結果の分析に移りましょう。**[TRACE]** を押して、プロットされた点を選び、分析に必要なデータ(2点)を取り出します。
- ⑦ ⑤, ⑥ を次の形のグラフについても繰り返し、結果を分析します(それぞれのグラフは、別の生徒に実験させます)。
 - ▶ 正の傾きの直線
 - ▶ 正の急な傾きの直線
 - ▶ 負の傾きの直線
 - ▶ 傾き 0 の直線
 - ▶ 下が開いている放物線

Note : CBL が内蔵電池だけを使っていて、電卓が液晶パネルに接続されていない場合には、歩く生徒は CBL、電卓、距離センサーの 3 つを手持って歩いてもらえません。センサーを壁に向けると、歩行者と壁の間の距離を測定することができます。

分析と結論

直線の場合

- ① 電卓の **[TRACE]** を使って、直線の両端の点の座標を読み取ります。それから全体の移動距離と経過時間を求めます(図 2 に例があります)。平均速度を求めます。歩いている間の、いろいろな区間の速度を求めます。たとえば、生徒は最初の 1 秒間に、どれだけの速度で歩いたのでしょうか。プロットされた点が直線上にある場合には、速度が一定で、直線の傾きがその速度になっていることに注目します。

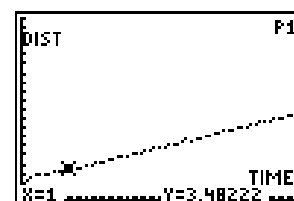


図 2 : 距離 - 時間

- ② いろいろな瞬間で、生徒が歩いた速度を求めます。歩いた点が直線上にある場合には、速度は直線の傾きになります。
- ③ 急な傾きの直線になるように歩くためには、生徒はより速く歩かなければなりません。負の傾きの直線になるようにするには、センサーに向かって歩かなければなりません。

放物線の場合

- ① **TRACE**を使って、放物線の頂点の座標と、生徒が歩き出した点の座標を読み取ります(図3を参照)。前半(最初の点から頂点まで)の平均速度を求めます。

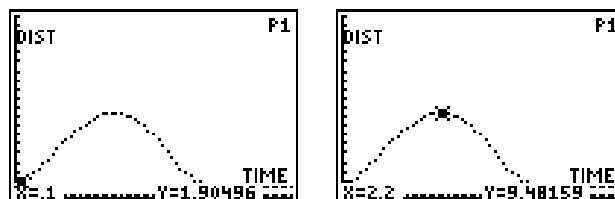


図 3 : 距離 - 時間

- ② 直線の場合と同様に、前半の平均速度とその他の点での速度が同じでしょうか。プロットされた点が放物線になるためには、センサーのすぐ近くから早足で歩き始め、次第に速度を落とし、止まらなければなりません(そこが頂点です)。それからセンサーに向かって戻るときには、ゆっくりと歩き始め、次第に速度を上げなければなりません。

直線の場合と違って、放物線の場合には速度を変えながら歩かなければなりません。傾きが速度を表すので、傾きもそれにとまって変わります。

- ③ 1点を選びます。頂点から1秒ぐらい離れた点が良いでしょう。たとえば、頂点に行くのに3秒かかった場合には、2秒の点を選びます。**TRACE**を使って、この点から単位長さだけ離れた線上の2点の座標を読み取ります(上記の例では、その2点の x 座標は1と3になります)。その2点を結ぶ線分の傾きを求めます。この傾きは、①で計算した傾きとは異なっているはずです。

つぎに同じ点を中心に、距離を短くして(たとえば、 $x=1.9$ と $x=2.1$)、傾きを求めます。先程と同じ傾きでしょうか。違うはずですが、歩行者がペースを落として、速度も変わったことを知っているの、生徒達はそうなることがわかっているはずです。

図3の例では、歩行者の動きは $x=0.1$ で始まり、 $x=2.2$ で頂点に達します。この区間の中央付近の点、たとえば $x=1$ で分析するとしましょう。最初の区間は 0.5と1.5の間になり、第2の区間は0.9と1.1の間にとります。

- ④ ある点を選んで、そこにおける歩行者の速度を求めてください。正確な値は求められませんが、その点を中心とした小さな区間については計算できます。極限と曲線の傾きという、解析の概念について意見を出し合ひましょう。
- ⑤ 3点を選んで、歩いた放物線の方程式を求めます。きれいな放物線になりましたか。放物線にどれほど近いかを計算する統計分析の方法について意見を出し合ひましょう。