

学習する概念

探究する関数：2次関数

いろいろな傾きの斜面を転がり落ちるボールの運動をプロットすると、2次関数で表されるひとまとまりの曲線群が得られます。ここでは、2次関数

$y = ax^2 + bx + c$ の係数の値について学習します。

教材

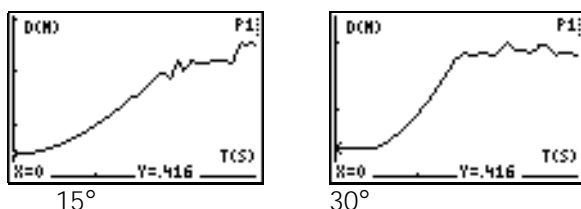
- ✓ グラフ電卓
- ✓ CBR
- ✓ 接続ケーブル
- ✓ 取り付け用クランプ
- ✓ 大きなボール (直径約20cm)
- ✓ 2m以上の斜面。軽い板がよい。
- ✓ 分度器
- ✓ 斜面のつかい棒をする厚手の本
- ✓ TI ビュースクリーン (あれば)

ヒント

斜面の角度を測る方法は、是非討論してみてください。生徒たちは三角比の計算をしたり、折った紙や分度器を用いたりして、たいへん創造的に活動します。

データ収集のためのヒント (6-12ページ) も参照してください。

グラフの例



生徒用ワークシートの解答例

1. 3番目
2. x 軸は時間、単位は秒。y 軸は CBR からボールまでの距離、単位はメートルまたはフィート。
3. 実験による (下向き凸の放物線の半分)。
4. 2次関数 (放物線)。
5. 場合による。
6. 実験による (より「せまい」放物線)。
7. 0° の場合は水平 (動かない)。90° の場合は自由落下と同じ。

探究活動

重力だけによって引き起こされる運動は、物理の中でもよく取り上げられます。その場合には、次のような特別な形の2次関数で表されます。

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_i t + s_i$$

ただし、

- s は時刻 t における物体の位置、
- a は加速度、
- v_i は初速、
- s_i は最初の位置を表します。

数学で扱う $y = ax^2 + bx + c$ の形では、もしボールの最初の位置が c 、初速が b 、加速度が $2a$ ならば、 y は時刻 x における CBR からボールまでの距離を表すことになります。

発展的な課題

ボールを離れた瞬間は静止しているので b は 0 であるはずで、最初の位置 c は始めにボールを置いた 0.5m のはずで、 a の値は、斜面の傾きにしがって大きくなります。

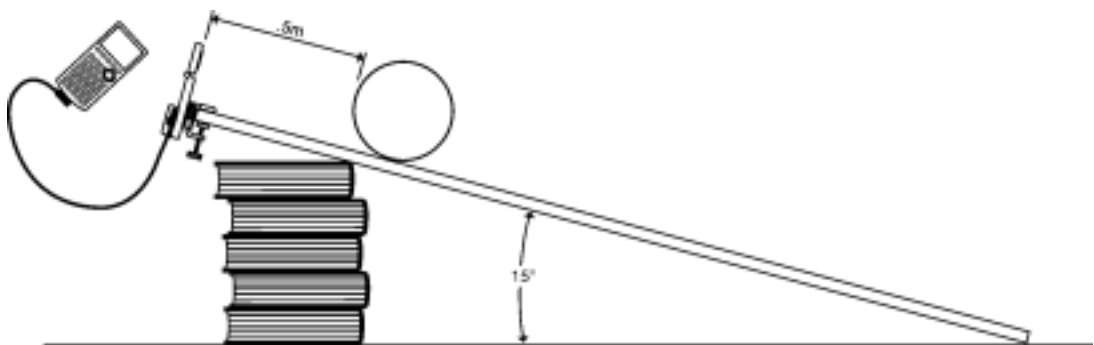
生徒が手計算で $y = ax^2 + bx + c$ の係数を求める場合には、上のような b や c に関するヒントを示す必要があるかも知れません。一方、電卓のリスト L1, L2 を用いて2次関数回帰を試みるよう指示してもいいでしょう。ボールの加速度は地球の重力によって決まるので、斜面の傾きが大きければ大きいほど a の値も大きくなります。 a の最大値は $\theta = 90^\circ$ のとき、最小値は $\theta = 0^\circ$ の場合で、 $\sin \theta$ の値に比例します。

データの収集

- ① まずワークシートの間1に答えてください。斜面を 15° の傾きに設定し、クランプを斜面の一番上に取り付けてください。CBRを取り付け、距離センサーのヘッドを開いて斜面と直角になるようにします。グラフ電卓をCBRに接続します。

CBRから0.5mのところに印を付け、1人が電卓を用意する間、もう1人がその位置にボールを止めておきます。

Hints: センサーを真っ直ぐボールに向くようにし、クリアゾーン (7ページ参照) には何も置かないようにしてください。



- ② RANGERプログラムを実行します (5ページに電卓ごとのキー操作を示してあります)。プログラムのMAIN MENUからSETUP/SAMPLEを選択します。
- ③ **[ENTER]**を押し、次のように設定します。

```

REALTIME: NO
TIME (S): 3 (秒)
DISPLAY: DISTANCE
BEGIN ON: [ENTER]
SMOOTHING: LIGHT
UNITS: METERS
    
```

設定の変更方法は、38ページを参照してください。

- ④ 設定が終わればSTART NOWを選び、**[ENTER]**を押します。
- ⑤ **[ENTER]**を押すとクリック音を発するので、直ちにボールから手を放し、後ろに下がってください。ボールを押さないように注意してください。
- ⑥ 測定が終了すると、収集したデータの時間 - 距離のグラフが自動的に電卓に表示されます。ワークシートの間2, 3に答えてください。
- ⑦ **[ENTER]**を押してPLOT MENUを表示し、PLOT TOOLSを選択します。さらにSELECT DOMAINを選びます。ボールが斜面を転がり落ちる間だけを切り取ります。ボールが離れた地点にカーソルを移動して**[ENTER]**を押し、さらにボールが斜面の下端に達した地点にカーソルを移動して**[ENTER]**を押します。転がり落ちる部分だけが表示し直されます。ワークシートの間4, 5に答えてください。

探究活動

斜面の傾きが変わるとどうなるか、調べてみましょう。

- ① 斜面の傾きを大きくするとどうなるか予想し、ワークシートの間6に教えてください。
- ② 斜面の傾きを 30° に設定し、ステップ2から6を繰り返してください。グラフのスケッチを問6の図に重ねて書き込み、「 30° 」というラベルを付けてください。
- ③ 斜面の傾き 45° , 60° についてステップ2から6を繰り返し、グラフのスケッチを書き込んでください。
- ④ ワークシートの間7に教えてください。

発展的な課題

ボールを離れた瞬間が $x = 0$ となるように、時間のデータを調整することができます。1番最初の時間のデータを、すべての時間の値から引けばよいわけです。基本画面で次のように操作すればOKです。L1(1)→A : L1-A→L1。

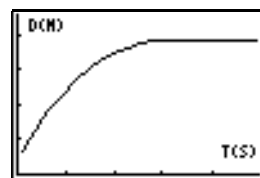
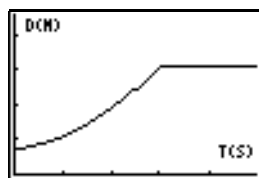
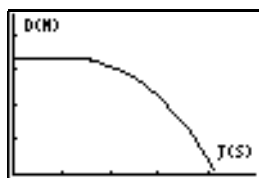
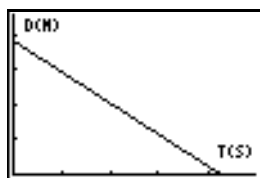
- ① 斜面の傾きが 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 90° の各々の場合について、 $y = ax^2 + bx + c$ の形の曲線群の係数 a , b , c を計算してください。
- ② a の値が最も小さいのはどの場合でしょうか。またそれはなぜでしょうか。
- ③ 係数 a と斜面の傾きとの関係を式で表してみてください。

学習活動 5 - 斜面を転がるボール

氏名 _____

データ収集

1. 下の図の中で斜面を転がるボールの時間 - 距離のグラフに一致すると思われるものはどれか。



2. x 軸はどのような物理量を表すか。 _____

その単位は? _____

y 軸はどのような物理量を表すか。 _____

その単位は? _____

3. 電卓に表示された画面をスケッチしなさい。軸にはラベルを付け、ボールが離された時点と、ボールが斜面の下端に達した時点に印を付けなさい。



4. 表示されたグラフはどのような関数で表されるか。 _____

5. 問1で選んだグラフと問3でスケッチしたものに違いがあれば、なぜ違ったかについて考察しなさい。

探究活動

6. 斜面の傾きを大きくしたときのグラフの予想をスケッチし、「予想」というラベルを付けなさい。



7. 斜面の傾きが 0° と 90° について、グラフをスケッチしなさい。

