

## 学習する概念

探究する関数：1次関数

モーターで動くおもちゃの自動車を持ちいて、等速運動の実物を学習します。

## 教材

- ✓ グラフ電卓
- ✓ CBR
- ✓ 接続ケーブル
- ✓ 電池で動くおもちゃの自動車
- ✓ TI ビュースクリーン (あれば)

## ヒント

おもちゃの自動車は大きさや形がいろいろなので、当たった超音波が反射する角度も異なります。したがって、結果のグラフの出来栄も違ったものになるでしょう。きれいなグラフを得るために、反射板が必要になるものもあるかも知れません。こうした場合にはカードのようなものを着けてみてください。

大きさや形による影響を調べるために、いろいろなおもちゃの自動車を試してみるのもいいかも知れません。

この実験には、小さい子ども用に作られた速度の遅い自動車が適しています。また、一定の速度で走るものを探してください。

データ収集のためのヒント (6-12ページ) も参照してください。

## 探究活動

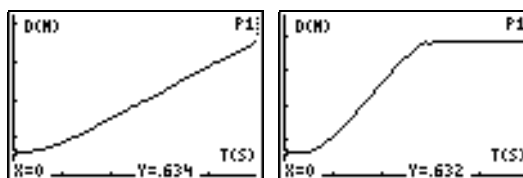
自動車の時間 - 距離のグラフで、ある時点での傾きはそのときの速度を表します。したがって、一定の速度で動いている自動車では、グラフの傾きは一定です。だから、時間 - 距離のグラフは1次関数の関係を表しているわけです。

車が動き出す前から測定を始めると、時間 - 距離のグラフの最初の方が1次関数にならないことに気づくでしょう。なぜでしょうか。車は最初静止 ( $v = 0$ ) しており、一瞬のうちに一定の速度に達することはできません。加速度は次の式で与えられます。

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

静止から一瞬で一定の速度に達するとするならば、かかった時間  $\Delta t = 0$  となります。しかしそうすると加速度は無限大となり、物理的にありえません。(ニュートンの第2法則  $F = ma$  によっても、無限大の加速度が生じるのは無限大の力が加えられた場合のみで、これもありえないことです。) したがって、一定の速度に達するまで、ある時間だけ車が加速する様子を必ず観察することになるのです。

## グラフの例



## 生徒用ワークシートの解答例

1. 1番目または4番目。一定の割合で距離が増加するから。
2. trace を使って値を表に記入する。
3. 距離は一定の割合で増加する。
4. 速度は、時間に対する距離の変化率だから、時間の各増分ごとの変化率が一定であればよい。
5. 表の  $m$  の値と同様に計算。  
 $m$  に近い。  
 $m$  は速度または速さ。
6.  $b$  は  $y$  切片。たとえば  $y = 2x + 0$
7. 実験による。たとえば  $m = 2$  のとき距離 ( $y$ ) =  $20 \text{ m}$  ( $y = 2 \times 10 + 0$ )。1分では  $y = 120 \text{ m}$ 。

## 発展的な課題

等速運動の場合、時間 - 速度のグラフでは傾きはゼロになります。したがって、時間 - 加速度のグラフにすると、等速運動の部分は理想的には加速度  $a = 0$  となります。

時間 - 速度のグラフと  $x$  軸の間の面積は、時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間に車が実際に移動した距離を表します。

微分積分コースの生徒なら、その距離は次の式で求めることができます。

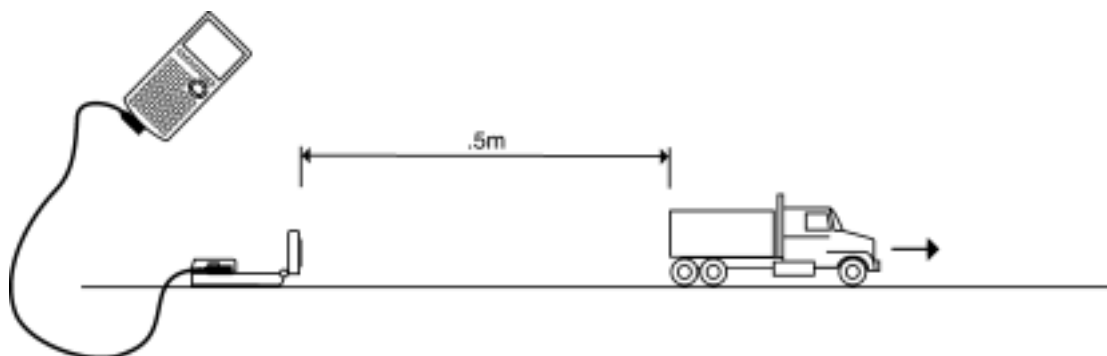
$$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

$s$  は、時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間に車が実際に移動した距離を表します。

## データの収集

- ① CBR から少なくとも 0.5m 離し，CBR から真っ直ぐ反対方向に向けて車を置きます。

Hints: センサーのヘッドを真っ直ぐ車に向け，クリアゾーン (7ページ参照) には何も置かないようにしてください。



- ② 測定を始める前に，ワークシートの問1に答えてください。
- ③ RANGERプログラムを実行します (5ページに電卓ごとのキー操作を示してあります)。
- ④ MAIN MENU から SETUP/SAMPLE を選択し，次のように設定します。

```

REALTIME: NO
TIME (S): 5 秒
DISPLAY: DISTANCE
BEGIN ON: [ENTER]
SMOOTHING: LIGHT
UNITS: METERS
    
```

設定の変更方法は，38 ページを参照してください。

- ⑤ START NOW を選び，[ENTER]を押します。
- ⑥ 用意がよければ [ENTER]を押し，車をスタートさせて速やかにクリアゾーンの外に出ます。測定中 CBR はクリック音を発し，電卓には TRANSFERRING... という表示が出ます。
- ⑦ 測定が終了すると，収集したデータの時間 - 距離のグラフが自動的に電卓に表示されます。
- ⑧ 得られた結果を問1で予想したグラフと比較してみてください。

## 探究活動

- ① 問2の表の1列目に、0.5秒ごとの時間 (これを  $x$  とします) が記してあります。グラフをトレースし、それぞれの時間における距離 (これを  $y$  とします) を2列目に記入してください。

Note: 数値は必ずグラフの直線部分からとってください。グラフの始めの方にある、直線でない部分は使わないようにしてください。また、取り上げる数値に近似が必要な場合もあります。電卓は、ちょうど1秒でなく0.957 や 1.01 秒のときの距離を表示することがあるからです。このような場合は、最も近い値か、自分で最もよいと思う値を用いてください。

- ② ワークシートの間3, 4に答えてください。
- ③ 時間の増分と距離の増分をそれぞれ計算し、問2の表の3, 4列目に書き入れてください。たとえば1.5秒後の距離の増分は、(1.5秒後の距離) - (1秒後の距離) です。
- ④ この自動車の運動は  $y = mx + b$  という式で表されます。  $m$  は直線の傾きで、次のように計算されます。

$$\frac{\text{距離の増分}}{\text{時間の増分}} \quad \text{または} \quad \frac{\text{距離}_2 - \text{距離}_1}{\text{時間}_2 - \text{時間}_1} \quad \text{または} \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$y$  切片は  $b$  で表されます。

それぞれの時間における  $m$  の値を計算し、問2の表の最後の列に書き入れてください。

- ⑤ ワークシートの間5, 6, 7に答えてください。

## 発展的な課題

時間 - 距離のグラフで傾きを計算すると、それぞれの時間におけるおよその速度がわかります。また、時間 - 速度のグラフでは傾きを計算すると、それぞれの時間におけるおよその加速度がわかります。速度が一定だとすると、加速度はいくらでしょうか？

時間 - 距離のグラフから、時間 - 加速度のグラフの形を予想してみましょう。

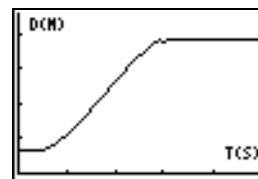
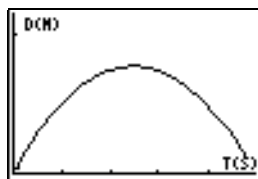
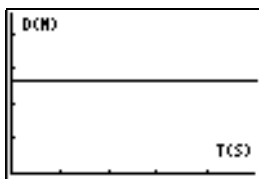
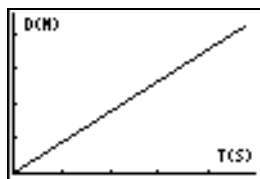
適当な時刻  $t_1$  と  $t_2$  の間で、時間 - 速度のグラフと  $x$  軸に挟まれた部分の面積を求めてください。この面積は、次のような長方形の面積として計算できます。

$$\text{面積} = v\Delta t = v(t_2 - t_1)$$

この面積の物理的な意味は何でしょうか？

## データの収集

1. 下の図の中でおもちゃの自動車の時間 - 距離のグラフに一致すると思われるものはどれか。



その理由は? \_\_\_\_\_

2.

時間	距離	距離の増分	時間の増分	$m$
1		XXX	XXX	XXX
1.5				
2				
2.5				
3				
3.5				
4				
4.5				
5				

3. 距離の値について、気づいたことは何か。 \_\_\_\_\_

4. この表から、車が一定の速度であることを示すにはどうすればよいか。

5. 時間(秒)が 2 および 4 のときを用いて、 $(4\text{秒後の距離} - 2\text{秒後の距離}) / (4 - 2)$  を計算しなさい。

この結果から気づいたことは何か。 \_\_\_\_\_

上表の  $m$  は何を表すと思うか。 \_\_\_\_\_

6. 1次関数  $y = mx + b$  の  $b$  は何を表すか。 \_\_\_\_\_

$m$  と  $b$  の値を定め、 $y = mx + b$  の形に表しなさい。 \_\_\_\_\_

7. 10秒間で自動車は何m進んだか。 \_\_\_\_\_

1分ではどのくらい進むか。 \_\_\_\_\_